

**ВСЕРОССИЙСКИЙ КОНКУРС НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ,  
ПРОЕКТНЫХ И ТВОРЧЕСКИХ РАБОТ ОБУЧАЮЩИХСЯ  
«ОБРЕТЁННОЕ ПОКОЛЕНИЕ»**

---

**Направление: Математика и информационные системы**

**Тема: «Логарифмическая спираль»**

**Соискатель: Гура Екатерина Денисовна**

**Научный руководитель: Молоканова Татьяна Михайловна**

**Место выполнения работы: Государственное автономное профессиональное образовательное учреждение «Орский технический техникум имени А.И. Стеценко» Оренбургская область, г.Орск**

## Аннотация

Что сделано:

- 1. Изучена история открытия** логарифмической спирали:
  - проанализирован вклад Р. Декарта (первое математическое описание, 1638 г.);
  - рассмотрен труд Ш. Бонне по природным спиральным формам (XVIII в.);
  - исследовано наследие Я. Бернулли (свойство самоподобия, название *Spira Mirabilis*, символическая надпись на могиле).
- 2. Систематизированы ключевые свойства** спирали:
  - самоподобие;
  - инвариантность относительно инверсии;
  - связь с золотым сечением;
  - удобство математического анализа (простые формулы для длины дуги и радиуса кривизны).
- 3. Собраны и классифицированы примеры практического применения** в разных сферах:
  - медицина и протезирование;
  - анатомия человека;
  - природные явления и биологические структуры;
  - быт и дизайн;
  - инструменты и механизмы;
  - радиотехника и антенны;
  - акустика;
  - архитектура и искусство;
  - гидравлика и аэродинамика;
  - железнодорожная инфраструктура (переходные кривые, стрелочные переводы, контактный провод, профилирование откосов).
- 4. Проведён опрос учащихся** (3 вопроса) для выявления:
  - уровня осведомлённости о сферах применения логарифмической спирали;
  - способности распознавать спираль в реальных объектах;
  - интереса к дальнейшему изучению темы.
- 5. Обработаны и интерпретированы результаты опроса**, построены диаграммы.

Что нового получено:

- 1. Подтверждена гипотеза** о широком распространении логарифмической спирали в самых разных сферах жизни и техники, включая косвенно связанные с железнодорожной отраслью.
- 2. Выявлены пробелы в знаниях учащихся:**
  - лишь 40,7 % связывают спираль с природой и искусством;
  - 37 % знают о её проявлении в человеческом теле;
  - 33,3 % — в музыке;
  - 14,4 % — в поэзии;
  - только 48,1 % смогли визуально распознать спираль по изображению раковины.
- 3. Обнаружен высокий интерес к теме:** 57,1 % опрошенных выразили желание узнать больше о логарифмической спирали и её применениях.

4. **Показана релевантность спирали для будущей профессии автора:** несмотря на редкое прямое применение в железнодорожном деле, принципы логарифмической спирали лежат в основе расчётов переходных кривых, стрелочных переводов, подвески контактного провода и профилирования откосов.
5. **Доказана практическая ценность математического понятия:** логарифмическая спираль — не абстрактная кривая, а рабочий инструмент инженерии, биологии, медицины, дизайна и других областей.

## Содержание

Аннотация .....	2
Введение.....	5
1. История открытия логарифмической спирали .....	6
2.Практическая значимость логарифмической спирали.....	7
2.1. Логарифмическая спираль в медицине и протезировании.....	7
2.2. Логарифмическая спираль в анатомии человека.....	7
2.3. Логарифмическая спираль в природе.....	7
2.4. Логарифмическая спираль в быту.....	8
2.5. Логарифмическая спираль в инструментах .....	8
2.6. Логарифмическая спираль в радиотехнике и антеннах.....	8
2.7. Логарифмическая спираль в акустике.....	9
2.8. Логарифмическая спираль в архитектуре и дизайне.....	9
2.9. Логарифмическая спираль в гидравлике и аэродинамике.....	9
2.10. Логарифмическая спираль в геометрии рельсового пути.....	9
3.Практическое исследование о значимости логарифмической спирали. ....	10
Основные выводы.....	12
Заключение.....	13
Используемая литература.....	14

## Введение

На занятиях математического кружка преподаватель нас знакомит с информацией, которой нет в программе. Так было и с логарифмической спиралью. Мне показалось, что информация о логарифмической спирали так далека от реальной жизни, не имеет своего практического применения, а тем более никак не связана с моей будущей специальностью «Техник в области технической эксплуатации железнодорожного подвижного состава».

**Проблема исследования:** Мне стало интересно, что же скрывается за этим загадочным понятием, и возникли вопросы: «Зачем изучать логарифмы? Логарифмическая спираль – прихоть математиков или жизненная необходимость?»

**Цели исследования:** Исследовать применение логарифмической спирали в практической жизни человека.

### **Задачи исследования:**

Изучить литературу по данной теме

- Провести опрос среди учащихся 1-х по вопросу применения логарифмической спирали в жизни человека.
- Проанализировать полученные данные.
- Сделать вывод о значимости логарифмической спирали в практической деятельности человека.

**Актуальность:** при изучении новых понятий в математике мы, ученики, часто скептически и с некоторой долей недоверия воспринимаем ту или иную информацию о практической значимости, хотя преподаватель всегда объясняет значимость вводимого понятия. Поэтому своей работой мне хотелось показать и доказать значимость такого понятия, как логарифмическая спираль. И это, я считаю, действительно актуально.

**Гипотеза:** Если логарифмическая спираль-интересный феномен, то её применение мы должны найти во многих сферах жизни, и возможно, в моей будущей профессии.

**Предмет исследования:** логарифмической спирали, история возникновения и некоторые области практического применения логарифмической спирали человеком.

## 1. История открытия логарифмической спирали

История открытия логарифмической спирали — это не история одного момента, а постепенное изучение разными учёными.

Кто "открыл" её в природе? Это вопрос философский. Сама природа "открыла" её миллионы лет назад.

Логарифмическая спираль — это кривая, полярный угол которой линейно связан с логарифмом радиуса. Её главная отличительная черта: спираль не меняет своей формы при изменении размера (свойство самоподобия).

### Основные свойства

1. Самоподобие: Увеличив спираль (сделав гомотетию), вы получите ту же самую спираль, просто повернутую на некоторый угол. Она выглядит одинаково на всех масштабах.
2. Инвариантность: Спираль инвариантна относительно инверсии относительно круга.
3. Золотое сечение: Частный случай логарифмической спирали — это спираль, связанная с золотым сечением.
4. Длина дуги и радиус кривизны: Вычисляются по сравнительно простым формулам, что делает её удобной для математического анализа.

- Первым, кто начал активно изучать и описывать спиральные формы в живых организмах (раковины, рост растений), был швейцарский натуралист Шарль Бонне в XVIII веке.

· Рене Декарт (1638 г.) — первый математик, который её описал. · Часто считается первооткрывателем. · Французский философ и математик первым дал математическое описание этой кривой. · Он подробно изучил её свойства, включая то, что угол между радиус-вектором и касательной постоянен. Именно это свойство дало спирали первое название — изогональная (равноугольная).

- Якоб Бернулли (конец XVII века)

· Это учёный, который сделал спираль знаменитой и дал ей имя *Spira Mirabilis* (Удивительная спираль). · Он был очарован её свойством самоподобия (спираль остается неизменной при увеличении масштаба).

· Именно Бернулли глубоко исследовал это свойство и завещал выбить логарифмическую спираль на своей могиле с латинской надписью:

"Eadem Mutata Resurgo" — "Изменённая, я воскресаю прежней".

· Бернулли — её главный "пропагандист", который вскрыл её удивительные свойства и дал ей знаменитое имя. · Якоб Бернулли был очарован самоподобием спирали. К сожалению, на его могиле в Базеле по ошибке изобразили архимедову спираль.

Так что правильнее сказать, что логарифмическая спираль была открыта и описана Рене Декартом, а прославлена Якобом Бернулли.

## 2. Практическая значимость логарифмической спирали

### Логарифмическая спираль в жизни человека

Логарифмическая спираль — это не просто математическая абстракция, а очень полезная форма, которая нашла множество практических применений в технике благодаря своим уникальным свойствам (постоянный угол, самоподобие, плавное изменение кривизны).

#### 2.1. Логарифмическая спираль в медицине и протезировании

Профиль имплантов и протезов: Форма логарифмической спирали идеально повторяет естественные изгибы корней зубов, ногтей, клыков и суставов. Это позволяет:

- Снизить нагрузку на костную ткань.
- Улучшить приживаемость импланта.
- Повысить стабильность и комфорт.

#### 2.2. Логарифмическая спираль в анатомии человека

- Логарифмическую спираль часто называют спиралью роста, потому что она возникает в объектах, которые растут, но не меняют своей формы.
- Органы слуха: Улитка во внутреннем ухе человека и млекопитающих имеет форму логарифмической спирали. Это позволяет эффективно раскладывать звуковые волны разных частот по длине кортиева органа.
- Органы зрения: Траектория, по которой движутся глаза, когда человек осматривает картину или лицо собеседника, также имеет фрактальные свойства и часто аппроксимируется логарифмическими спиралями.

#### 2.3. Логарифмическая спираль в природе ("Спираль жизни")

- Раковины моллюсков (наутилусы): По мере роста моллюск равномерно увеличивает размер своей раковины, сохраняя её форму. Результат — идеальная логарифмическая спираль.
- Спиральные галактики: Рукава таких галактик, как Млечный Путь или Туманность Андромеды, часто имеют форму логарифмической спирали. Атмосферные циклоны и вихри. Строение ураганов и циклонов: На спутниковых снимках видно, что стены мощных ураганов закручены по логарифмической спирали. Это связано с динамикой вращающихся в условиях атмосферного давления.
- Семена в подсолнухе, чешуйки в шишках хвойных деревьев располагаются по логарифмическим спиралям. Расположение семян подсолнуха, чешуек сосновой шишки или лепестков артишока подчиняется последовательности Фибоначчи. Семена растут, стремясь занять максимально доступное пространство, и математически это приводит к появлению множества лучей, закрученных по логарифмическим спиралям. Количество этих спиралей (по часовой стрелке и против) всегда являются соседними числами Фибоначчи (например, 21 и 34, 34 и 55).

Когти и клювы хищных птиц, форма клыков. Острые когти помогают ястребу надёжно фиксировать добычу и устойчиво держаться на ветвях. При захвате добычи ястреб использует

удлинённые когти как клешню, а затем, сжимая их, удушает дичь. Загнутый клюв типичен для хищников и позволяет ястребу справляться с почти любой жертвой. Он короткий, мощный и загнут к низу. Таким образом, острые когти и загнутый клюв помогают ястребу эффективно охотиться и удерживать добычу.

Паутина некоторых пауков. Воронковые пауки придают ловчей сети форму конуса. Паук плетёт большую воронку в стеблях травы, между камней или брёвен, а сам прячется на её дне. Паутина закручена в определённую форму, например, в виде зигзагообразных узоров, для выполнения конкретных функций. Итальянские исследователи установили, что особые зигзагообразные структуры в паутине (стабилименты) передают вибрационный сигнал на большую площадь паутины, когда пойманное насекомое начинает сопротивляться и метаться. Это позволяет пауку получать информацию о попавшей в ловушку жертве, даже находясь в отдалённой части сети. Кроме того, уникальное расположение молекул в паутине позволяет сети сохранять форму, гася энергию любого внешнего воздействия подобно подушке. Это свойство помогает пауку удерживаться на весу во время осторожного спуска.

#### 2.4. Логарифмическая спираль в быту

- Форма торнадо и воронок: Когда вода вытекает из раковины, образуется воронка. Её форма, особенно в идеальных лабораторных условиях без помех, стремится к логарифмической спирали.
- Дизайн шрифтов: При создании элегантных и гармоничных шрифтов (например, с засечками) дизайнеры иногда используют принципы золотого сечения и логарифмической спирали для построения плавных изгибов букв (например, в шрифте Palatino).

#### 2.5. Логарифмическая спираль в инструментах

- Профили кулачков: В кулачковых механизмах используется для создания плавного и предсказуемого движения толкателя. Постоянный угол наклона обеспечивает постоянство передаточного отношения.
- Фрезы и свёрла: Спиральные канавки для отвода стружки часто имеют профиль, близкий к логарифмической спирали. Это обеспечивает:
  - Плавный выход стружки.
  - Снижение вибраций и шума.
  - Равномерный износ режущей кромки.
- Формы шестерён (в специальных передачах): В некоторых типах зубчатых передач (например, в спирально-конических) используется для обеспечения плавного зацепления и снижения шума.

#### 2.6. Логарифмическая спираль в радиотехнике и антеннах

- Спиральные антенны: Это одно из самых известных применений. Антенны в форме логарифмической спирали являются широкополосными (или частотно-независимыми).
  - Принцип: Благодаря самоподобию, антенна эффективно работает в очень широком диапазоне частот. Разные участки спирали отвечают за разные частоты.

- Где используется? Системы спутниковой связи, телевидения, измерения загрязнений, а также в качестве облучателей зеркальных антенн.

## 2.7. Логарифмическая спираль в акустике

- Рупоры и рупорные излучатели: Форма логарифмической спирали используется для плавного согласования акустического импеданса между источником звука (например, диффузором динамика) и окружающей средой.

- Результат: Эффективное излучение звука с минимальными потерями и искажениями, особенно на низких частотах. Классический пример — старые патефоны с рупором. Форма рупоров и антенн: Обеспечивает плавное согласование волновых сопротивлений

## 2.8. Логарифмическая спираль в архитектуре и дизайне

- В искусстве и архитектуре: Используется для создания эстетически приятных композиций.

- Спиральные пандусы и лестницы: Использование логарифмической спирали позволяет создать более плавный и комфортный для подъема/спуска уклон по сравнению с архимедовой спиралью.

- Динамические и эстетичные формы: Архитекторы используют эту кривую для создания визуально приятных и органичных структур, которые подсознательно ассоциируются с природным ростом.

## 2.9. Логарифмическая спираль в гидравлике и аэродинамике

- Профили лопастей насосов, вентиляторов и турбин: В некоторых конструкциях для плавного изменения давления и скорости потока используется форма, близкая к логарифмической спирали. Это помогает снизить кавитацию, шум и повысить КПД.

## 2.10. Логарифмическая спираль в геометрии рельсового пути

Прямое и явное применение логарифмической спирали в конструкции самих железнодорожных путей или подвижного состава — редкость. Однако её принципы и родственные концепции играют важную роль в смежных областях, обеспечивающих работу и безопасность железной дороги.

### 1. Проектирование виражей и переходных кривых

Это самое близкое и важное применение концепции, родственной логарифмической спирали.

- Проблема: Поезд не может мгновенно перейти с прямого участка пути на круговой вираж. Это вызвало бы резкий скачок центробежной силы (толчок), что некомфортно и опасно.

- Решение: «Переходная кривая» — участок пути между прямой и круговой дугой, где радиус кривизны плавно уменьшается (в данном случае, не по логарифмическому, а чаще по клотоиде или радиальной спирали).

- Связь с логарифмической спиралью: И клотоида, и логарифмическая спираль — это спирали с плавно меняющейся кривизной. Хотя их математические формулы разные, они решают схожую инженерную задачу — обеспечить плавный и безопасный переход от одного состояния движения

к другому. Логарифмическая спираль теоретически также могла бы использоваться для этой цели благодаря своей плавности.

## 2. Геометрия рельсового пути в плане

При проектировании сложных развязок и стрелочных переводов для высокоскоростных магистралей инженеры используют сложные математические кривые, чтобы обеспечить плавность хода. Логарифмическая спираль, благодаря своему свойству постоянства угла, могла бы рассматриваться как одна из теоретических моделей для расчета таких плавных переходов.

## 3. Форма контактного провода (в системах электроснабжения)

В некоторых современных системах подвески контактного провода для токоприёмников электропоездов используется форма, стремящаяся к идеальной кривой, чтобы обеспечить равномерный контакт и минимальный износ. Хотя на практике используются более простые решения, логарифмическая спираль является эталоном плавности.

## 4. Профилирование склонов и выемок

При проектировании железнодорожных насыпей и выемок в холмистой местности для обеспечения устойчивости откосов иногда используются кривые, подобные спиральям. Логарифмическая спираль теоретически описывает кривую скольжения грунта в некоторых моделях, что помогает рассчитать безопасный угол откоса.

Почему её не видно повсеместно?

Железная дорога — это индустрия стандартов. Такие кривые, как клотоида (радиальная спираль) и кубическая парабола, проще в расчётах и разбивке на местности для целей строительства путей, поэтому они стали стандартом для переходных кривых.

Таким образом, логарифмическая спираль — это блестящий пример того, как математическая элегантность находит прямое воплощение в эффективных инженерных решениях.

## 3. Практическое исследование о значимости логарифмической спирали.

Изучив многие аспекты и факты о логарифмической спирали в жизни человека, я решила провести опрос обучающихся. В ходе опроса я хотела выявить осведомленность учащихся о логарифмической спирали, где встречаются логарифмические спирали в жизни.

Мной были составлены вопросы учащимся:

1. В каких сферах нашей жизни применяются логарифмы?
2. Знаете ли вы, что эта форма (изображение на картинке раковины) расположена по логарифмической спирали?
3. Хотели бы узнать об этом больше?

На основе опроса я составила диаграммы, в которых видны ответы и показывают результат наглядно.

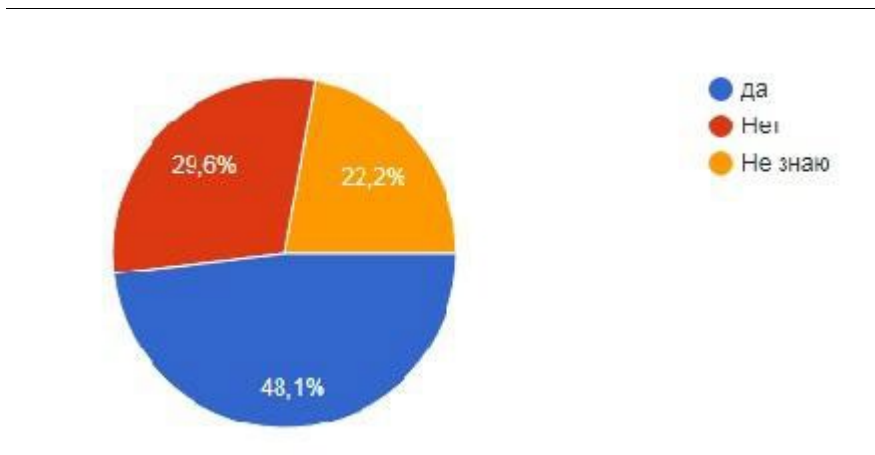
В ходе опроса я выявила, что далеко не все знают все области применения логарифмической спирали и считают эту область математики не очень интересной. Учащиеся знают применение логарифмической спирали в природе (40,7%) и искусстве (40,7%), но не все уверены, что логарифмическую спираль можно встретить в теле человека (37%), в музыке (33,3%) и поэзии (14,4%).

На второй вопрос учащиеся в процентном отношении распознали логарифмическую спираль только 48,1%. Но ответы на последний поставленный мной вопрос: «Хотели бы вы узнать больше о логарифмах?», проявили стремление узнать больше и понять где и в каких сферах может применяться логарифмическая спираль. То есть наглядно видно, что почти половина опрошиваемых (57,1%) возник интерес к логарифмам и к познанию узнать больше о логарифмической спирали в жизни человека в различных областях.  
Ответы учеников на вопросы.

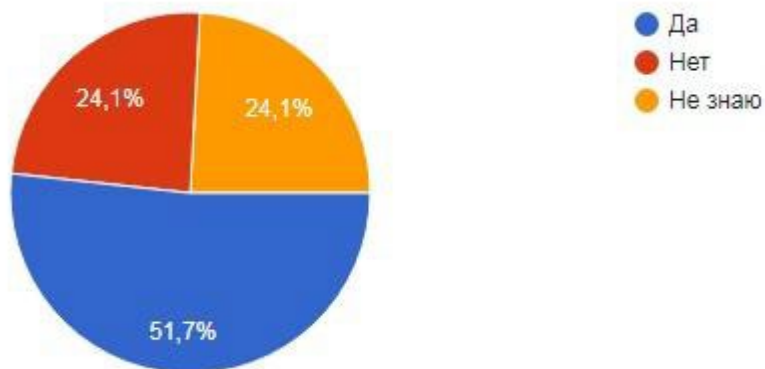
1. В каких сферах нашей жизни применяются логарифмы?



2. Знаете ли вы, что эта форма расположена по логарифмической спирали?



3. Хотели бы узнать об этом больше?



ю

### Основные выводы

Я могу сделать вывод, что рассмотренные в проекте примеры и исследование, убедительно показывают, что изучение логарифмической спирали и знание математики нужно не только человеку, непосредственно связанного с математикой, но и людям многих других специальностей и в моей будущей профессии «Техник в области технической эксплуатации железнодорожного подвижного состава».

## Заключение

В ходе изучения истории логарифмической спирали, различных сфер ее применения и анализа данной темы, а так же проведенного исследования показало, что использование логарифмической спирали для удовлетворения практических нужд человека стало неотъемлемой частью нашей жизни. Хотя, сведения, собранные мной в данной работе, - это далеко не всё, что можно рассказать о логарифмической спирали.

Логарифмическая спираль — это не просто кривая, а принцип организации материи, баланса между ростом и формой, эффективности и красоты. Она является мостом между абстрактным миром математики и реальным миром, в котором мы живем.

Область практического применения: Данное исследование может быть полезно использованию на занятиях математического кружка.

## Используемая литература

1. История математики под редакцией А. П. Юшкевича в трёх томах, М.: Наука.
2. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления, тома I, II. — М.: Наука, 1960.
3. Г. Корн и Т. Корн. «Справочник по математике для научных работников и инженеров». — М.: Наука, 2005
4. Успенский Я. В. Очерк истории логарифмов. Петроград, 1923. —78 с.
5. М.Ф. Бурунов Логарифмическая спираль в технике и природе //Журнал «Молодой ученый». — 2014. - №4(63).
6. А.А.Колосов. Книга для внеклассного чтения по математике в старших классах (VIII – X) (издание второе, дополненное). Государственное учебно-педагогическое издательство Министерства просвещения РСФСР. Москва, 1963.
7. Весь мир в цифрах и фактах: Универс. Справ. /Сост. А.И.Будько. — Мн.: ООО «Мэджик Бук»; М.: «Рипол Классик», 2001. — 640 с.: - («Весь мир»)
8. Хорошилова Е.В. Элементарная математика: Учеб. пособие для слушателей подготовительных отделений, абитуриентов и старшеклассников. Часть 2. — М.: Изд-во МГУ, 2010. — 435 с.
9. Виленкин Н.Я. Функции в природе и технике: Кн. для внеклас. чтения IX – X кл. — 2-е изд., испр. — М.: Просвещение, 1985. — 192 с. — (Мир знаний).
10. Хайтович А. Б. Коронавирусы (структура генома, репликация): Крымский журнал экспериментальной клинической медицины, т.10 № 4, 2020 г.