

МЧС РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ГОСУДАРСТВЕННОЙ ПРОТИВОПОЖАРНОЙ СЛУЖБЫ МИНИСТЕРСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ПО ДЕЛАМ ГРАЖДАНСКОЙ ОБОРОНЫ, ЧРЕЗВЫЧАЙНЫМ СИТУАЦИЯМ И ЛИКВИДАЦИИ ПОСЛЕДСТВИЙ СТИХИЙНЫХ БЕДСТВИЙ ИМЕНИ ГЕРОЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ГЕНЕРАЛА АРМИИ Е.Н. ЗИНИЧЕВА»

Всероссийский конкурс научно-исследовательских и творческих работ молодежи «Меня оценят в XXI веке»

ТЕМА НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЫ:
«Веб-помощник по высшей математике для инженеров технических вузов МЧС России»
Направление: «Образование, наука, здравоохранение и культура»

Соискатели:
курсанты 3 курса
факультета экономики и права
Микулич Данила Васильевич, Геньш Данил Викторович

Научный руководитель:
заведующий кафедрой высшей математики
и системного моделирования сложных процессов,
кандидат педагогических наук, доцент
Трофимец Елена Николаевна

Место выполнения работы:
Санкт-Петербургский университет ГПС МЧС России
кафедра высшей математики и
системного моделирования сложных процессов

Санкт-Петербург, 2026 г.

АННОТАЦИЯ

Работа посвящена вопросу цифровой поддержки математической подготовки курсантов инженерных направлений в вузах МЧС России.

В ходе исследования изучены подходы к профессионально-ориентированному обучению математике. Разработана модель веб-приложения с тремя модулями: модулем теории, модулем практики с пошаговой проверкой решения и модулем профессиональных задач, где курсант сам составляет математическую модель по описанию обстановки чрезвычайной ситуации природного или техногенного характера.

Новыми результатами работы являются: методика составления профессионально-ориентированных задач по математике, построенная на таблице соответствия разделов курса задачам техносферной безопасности; способ пошаговой проверки решения, при котором система определяет вид ошибки курсанта, а не только сообщает о неверном ответе; сама модель трёхмодульного приложения и её прототип.

Опытная проверка прототипа в учебном процессе на момент подготовки работы не завершена. В работе описана программа такой проверки: этапы, методики сбора данных, показатели оценки и способы обработки результатов.

Практическая значимость работы заключается в создании прототипа веб-приложения, который может быть внедрён в образовательный процесс кафедры высшей математики и системного моделирования сложных процессов Санкт-Петербургского университета ГПС МЧС России, а также использован в других ведомственных вузах МЧС России.

Ключевые слова: высшая математика, практико-ориентированное обучение, веб-приложение, прототип, математическое моделирование, техносферная безопасность, вузы МЧС России.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 4
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЦИФРОВОЙ ПОДДЕРЖКИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ В ТЕХНИЧЕСКОМ ВУЗЕ 6
1.1. Профессиональная направленность обучения высшей математике как научная проблема 6
1.2. Цифровые образовательные ресурсы по математике: возможности и ограничения 7
1.3. Особенности математической подготовки курсантов вузов МЧС России 7
Выводы по главе 1 8
ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ ВЕБ-ПРИЛОЖЕНИЯ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ 9
2.1. Обоснование трёхмодульной структуры приложения 9
2.2. Принципы построения профессионально-ориентированных задач 10
2.3. Технические решения, положенные в основу приложения 10
Выводы по главе 2 11
ГЛАВА 3. ПРОТОТИП ВЕБ-ПРИЛОЖЕНИЯ И ПРОГРАММА ЕГО ОПЫТНОЙ ПРОВЕРКИ ... 11
3.1. Общая архитектура программного комплекса 11
3.2. Программа опытной проверки прототипа в учебном процессе 12
ВЫВОДЫ 14
ЗАКЛЮЧЕНИЕ 15
Глоссарий 16
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ 18
ПРИЛОЖЕНИЕ А. Пример практико-ориентированной задачи 20

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования. Инженер МЧС России постоянно работает с расчётами. Он оценивает, как быстро развивается пожар, рассчитывает расход воды и напор в системах противопожарного водоснабжения, определяет пожарный риск, прогнозирует зону химического заражения. За каждым из этих расчётов стоят такие понимания в высшей математике как: производные, интегралы, дифференциальные уравнения, теория вероятностей. Требования к результатам изучения математических дисциплин закреплены федеральными государственными образовательными стандартами, а необходимость расчётного обоснования проектных решений прямо следует из технического регламента о требованиях пожарной безопасности.

Между курсом математики и профессиональными дисциплинами есть заметный разрыв. Высшая математика изучается на первом и втором курсах, а дисциплины, где эти знания реально применяются, - на третьем и четвёртом. Когда курсант впервые считает время блокирования путей эвакуации, навыки интегрирования уже частично забыты, а связь между ними и задачей показана частично (количество часов составляет 288 ч, что недостаточно для демонстрации связи математики с профессионально-ориентированными задачами). В итоге математика воспринимается как отдельный предмет, который нужно сдать, а не как рабочий инструмент.

Существующие цифровые ресурсы эту проблему не решают. Они рассчитаны на любого пользователя и дают качественный, но нейтральный материал: примеры в них взяты из физики, экономики, механики. Отраслевой специфики - терминов, характерных числовых значений, нормативных методик пожарной безопасности - в них нет. Поэтому разработка собственного веб-приложения, где математика с самого начала подаётся через задачи техносферной безопасности, отвечает и задачам цифровизации образования, и потребности ведомственных вузов в своих учебных ресурсах. Этим и определяется актуальность выбранной темы.

Степень разработанности темы. Вопросы, связанные с профессиональной составляющей преподавания математики в технических университетах, стали предметом глубокого изучения в отечественной педагогике высшей школы еще в конце XX столетия. К настоящему моменту исследовательская база включает в себя анализ принципов наполнения курса прикладными задачами, специфику взаимодействия смежных дисциплин и дидактический потенциал математического моделирования. Отдельное направление составляют работы по электронному обучению: адаптивным обучающим системам, автоматической проверке знаний, электронным ресурсам в смешанном обучении. Математическое моделирование опасных факторов пожара подробно описано в специальной литературе по техносферной безопасности.

Однако эти три направления развиваются в основном по отдельности. Работ, где цифровой ресурс по высшей математике создавался бы специально под задачи вузов МЧС России, с включением профессионального содержания в саму структуру учебных модулей, а не в виде отдельных примеров, обнаружить не удалось. Эта незаполненная область и определила направление исследования.

Противоречие состоит в несоответствии между потребностью в прикладной математической подготовке инженеров МЧС России и абстрактным характером изложения учебного материала, не поддержанным цифровыми средствами обучения отраслевой направленности достаточным образом.

Проблема исследования определяется тем, что цифровой учебный ресурс по высшей математике, предназначенный для курсантов инженерных направлений вузов МЧС России, не в достаточной мере оснащен задачами прикладного характера. Это препятствует полноценному

формированию у обучающихся связи между математическими методами и их будущей профессиональной деятельностью.

Объект исследования — процесс обучения высшей математике курсантов инженерных направлений подготовки в вузах МЧС России.

Предмет исследования - веб-приложение по высшей математике, как средство практико-ориентированного обучения курсантов инженерных направлений подготовки вузов МЧС России.

Цель исследования - разработать модель и прототип веб-приложения по высшей математике, ориентированного на практико-ориентированные задачи инженера МЧС России, и определить порядок его опытной проверки и внедрения.

Задачи исследования:

1. Изучить подходы к практико-ориентированному обучению высшей математике и сравнить существующие цифровые образовательные ресурсы, выявив их ограничения применительно к вузам МЧС России.
2. Обосновать трёхмодульную структуру веб-приложения и разработать методику составления практико-ориентированных задач по математике.
3. Разработать прототип веб-приложения на основе предложенной модели.
4. Составить программу опытной проверки прототипа в учебном процессе и сформулировать рекомендации по его внедрению.

Гипотеза исследования: предполагается, что веб-приложение, которое курсант может использовать как цифрового помощника устраняет пробелы в знаниях по математике за счёт применения методов, формул, теорем в практико-ориентированных задачах, повышая тем самым интерес к математическим дисциплинам. Проверка данного предположения предусмотрена статистическими параметрическими методами.

Методы исследования. Теоретические: анализ и синтез научной и учебно-методической литературы, абстрагирование, формализация, моделирование, обобщение. Эмпирические: наблюдение за учебной деятельностью курсантов при работе с прототипом, опрос, метод экспертных оценок (обсуждение прототипа на кафедре). Для запланированной опытной проверки предусмотрены тестирование, анкетирование и обработка данных методами описательной статистики.

Практическая значимость исследования заключается в создании прототипа веб-приложения, который может быть внедрён в образовательный процесс кафедры высшей математики и системного моделирования сложных процессов Санкт-Петербургского университета ГПС МЧС России, а в будущем применен и в других ведомственных вузах. Кроме того, разработанная методика составления задач может применяться преподавателями при подготовке учебных материалов, а матрица соответствия разделов курса профессиональным задачам — при корректировке рабочих программ.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЦИФРОВОЙ ПОДДЕРЖКИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ В ТЕХНИЧЕСКОМ ВУЗЕ

1.1. Профессиональная направленность обучения высшей математике как научная проблема

Математика в техническом вузе решает две задачи сразу. Она развивает умение рассуждать строго и логично - это нужно любому специалисту. И она даёт конкретные инструменты, которыми выпускник будет пользоваться в работе. Совмещать обе задачи в одном курсе непросто, и именно здесь возникает проблема, которой посвящена данная работа.

Под практико-ориентированным обучением математике далее понимается такая организация занятий, при которой содержание, задачи и формы контроля подбираются исходя из будущей работы обучающегося, а математические понятия вводятся через задачи соответствующей области. Это не то же самое, что прикладная направленность. Прикладная направленность достигается добавлением к обычному курсу примеров из техники. Профессиональная ориентация меняет саму логику подачи: профессиональная задача идёт не после теории как иллюстрация, а до неё - как повод ввести нужный математический аппарат.

Почему это важно, объясняют три обстоятельства.

Первое связано с тем, как работает усвоенное знание. Курсант, который научился разделять переменные в дифференциальном уравнении на абстрактных примерах, далеко не всегда узнаёт тот же приём в задаче о распространении пожара. Условие такой задачи написано словами предметной области, и чтобы увидеть в нём математику, нужен отдельный навык - навык перехода от описания ситуации к уравнению. Этот переход и есть главное умение инженера, работающего с расчётами, но в обычном курсе его почти не тренируют: задачи в задачнике уже даны в готовом математическом виде.

Второе обстоятельство - мотивация. Интерес курсанта к дисциплине во многом зависит от того, видит ли он её пользу для будущей службы. Если связь не очевидна, предмет превращается в формальное препятствие, которое надо преодолеть с наименьшими затратами. Отсюда привычная стратегия: выучить алгоритм решения типовых заданий, сдать экзамен и забыть.

Третье обстоятельство – содержание учебного плана. Между математикой и профильными дисциплинами проходит два-три семестра. Перенести дисциплины в плане затруднительно, значит, профессиональный контекст нужно вносить в сам курс математики на раннем этапе — пусть в упрощённом, но правильном по сути виде.

Как это сделать практически? Возможны три пути.

Первый - переписать задачник, заменив нейтральные формулировки на отраслевые. Путь простой, но ограниченный: меняется только оболочка задачи, уравнение по-прежнему составлено за курсанта автором задачника.

Второй - ввести отдельный курс математического моделирования профессиональных задач. По содержанию это лучший вариант, но он требует дополнительных аудиторных часов, а в учебных планах ведомственных вузов свободных часов практически нет.

Третий - перенести профессионально-ориентированную часть в цифровую среду для самостоятельной работы. Этот путь не отнимает аудиторных часов, а позволяет каждому заниматься в своём темпе и даёт возможность автоматической обратной связи, которую преподаватель при группе в двадцать пять — тридцать человек обеспечить физически не может.

Третий путь и выбран в настоящей работе. Но он сразу ставит следующий вопрос: какой именно должна быть эта цифровая среда, чтобы не просто давать доступ к материалу, а учить

составлять математическую модель. Чтобы ответить, нужно сначала посмотреть, что уже существует.

1.2. Цифровые образовательные ресурсы по математике: возможности и ограничения

На сегодняшний день на рынке образовательных технологий представлено значительное количество цифровых продуктов, предназначенных для обучения математике. Для целей настоящего исследования целесообразно классифицировать их на три группы.

Первая группа - универсальные образовательные платформы, такие как Stepik, Российская электронная школа и другие. Эти платформы предоставляют готовые курсы по различным разделам математики, включая видеолекции, тестовые задания, автоматическую проверку ответов. Достоинства: широкий охват тем, методический контент, наличие сертификации. Недостатки: отсутствие привязки к профессиональной деятельности МЧС, невозможность адаптации задач под специфику ведомственных вузов.

Вторая группа - системы компьютерной алгебры и математические пакеты. Сюда относятся Wolfram Mathematica, MathCAD, Maple, MATLAB, а также бесплатные аналоги (SMath Studio, Scilab, Octave, SageMath). Эти инструменты позволяют производить сложные вычисления, строить графики, решать уравнения, моделировать процессы. Однако, они не являются обучающими системами в полном смысле слова: пользователь должен самостоятельно ставить задачу, выбирать метод решения, интерпретировать результат. Кроме того, данные продукты требуют серьёзной технической подготовки и не адаптированы для массового использования курсантами младших курсов.

Третья группа - собственные разработки вузов. Многие образовательные организации создают веб-приложения и онлайн-тренажёры для внутреннего использования. Преимущество такого подхода — возможность полной адаптации под учебные планы и профессиональный профиль. Недостатки - высокая трудоёмкость разработки, необходимость привлечения квалифицированных IT-специалистов, сложность поддержки и обновления.

Анализ существующих решений показывает, что ни одно из них в полной мере не удовлетворяет требованиям ведомственного вуза МЧС России. Универсальные платформы не учитывают профессиональную специфику. Математические пакеты не являются обучающими. Собственные разработки, как правило, имеют узкую направленность (например, тренажёр по одному разделу) и не образуют целостной системы.

Таким образом, актуальной является задача создания специализированного веб-приложения, которое сочетало бы в себе адаптивный теоретический контент, интерактивный практикум с проверкой хода решения, библиотеку профессионально-ориентированных задач, инструменты анализа успеваемости.

1.3. Особенности математической подготовки курсантов вузов МЧС России

Прежде чем проектировать отраслевой учебный ресурс, нужно описать ту область, под которую он создаётся. В этом параграфе рассмотрены особенности математической подготовки в вузе МЧС России и установлено, какие разделы курса связаны с профессиональными задачами.

Первая особенность - режим службы. Самостоятельная работа курсанта проходит в часы самоподготовки, при ограниченном доступе к личным устройствам. Отсюда прямое требование к приложению: оно должно открываться в браузере на компьютерах учебного класса, не требовать установки программ и работать в сети университета.

Вторая особенность - расчётные методики в пожарной безопасности закреплены нормативно. Во многих инженерных областях выбор модели остаётся за проектировщиком, здесь же методики расчёта величин пожарного риска утверждены ведомственными документами. Значит, учебные задачи можно строить на нормативно закреплённом аппарате, что делает их профессионально достоверными.

Третья особенность - большая доля задач, описывающих процессы во времени: развитие пожара, задымление помещения, снижение концентрации кислорода, распространение зоны заражения. В первом приближении все они описываются обыкновенными дифференциальными уравнениями. Поэтому этот раздел курса выделяется как самый важный для профессионально-ориентированной проработки.

Математическая подготовка в вузе МЧС России отличается режимом самоподготовки, нормативно закреплёнными методиками расчёта и преобладанием задач о процессах во времени.

Выводы по главе 1.

1. Главная трудность профессионально-ориентированной математической подготовки инженера МЧС России состоит в том, что курсанты не владеют переходом от описания профессиональной ситуации к уравнению. В обычном курсе этот переход не тренируется.

2. В условиях насыщенного учебного плана ведомственного вуза реальный путь решения - перенос профессионально-ориентированной части в цифровую среду самостоятельной работы, не требующую дополнительных аудиторных часов.

3. Сравнение цифровых ресурсов показало, что в малой степени преобладают в математике задачи профиля МЧС, нет среды для самостоятельного составления математической модели.

ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ ВЕБ-ПРИЛОЖЕНИЯ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

2.1. Обоснование трехмодульной структуры веб-приложения

Требования, полученные в первой главе, были сведены в модель веб-приложения. Здесь применён метод моделирования: будущее приложение заменяется моделью, которая сохраняет главное - состав модулей, связи между ними и порядок движения курсанта по учебному маршруту.

В основу структуры положено разделение маршрута на три шага: усвоить теорию, отработать технику решения, применить её в профессиональной задаче. Каждому шагу соответствует свой модуль. Разделение не формальное: оно повторяет структуру трудности, описанной в параграфе 1.1, где показано, что техника решения может быть освоена, а умение узнать её в профессиональной задаче - нет.

Модуль теории. Задача модуля - показать теорию с учётом того, что курсант уже знает. Каждый раздел курса представлен в модуле как схема, в которой отдельными блоками записаны определения, свойства, теоремы и расчётные формулы, а стрелками показано, что после чего изучать. Приступая к разделу, курсант проходит короткий диагностический тест. По его результатам система отмечает блоки как усвоенные или требующие проработки и выстраивает индивидуальную последовательность, убирая из неё уже знакомое. Важно, что подстройка идёт не один раз: каждая ошибка в последующей практике возвращает соответствующий блок в список для повторения.

Модуль практики. Задача модуля - отработка техники решения с подробной обратной связью. Отличие от рассмотренных аналогов в том, что решение разбито на шаги и проверяется каждый шаг, а не только итоговый ответ. Для задачи по теме «Обыкновенные дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными» шаги такие: определить тип уравнения, разделить переменные, проинтегрировать обе части, записать общее решение, найти постоянную из начального условия, записать частное решение. Если промежуточный результат не совпал с эталоном, система относит ошибку к одному из видов и выдаёт соответствующую подсказку.

Ошибки разделены на четыре вида по их математической природе: неверно определён тип задачи, неверно выбран метод решения, допущена ошибка в преобразованиях, допущена ошибка в вычислениях. Различие этих видов и составляет суть обратной связи. Курсанту, который неверно определил тип уравнения, система задаёт наводящий вопрос о его структуре, а не показывает готовое решение. Курсанту, который ошибся в вычислениях при верной модели, указывается шаг, на котором результат разошёлся с ожидаемым, без раскрытия дальнейшего хода. Так основная работа остаётся за курсантом - этим обучение и отличается от показа решения.

Модуль профессиональных задач. Задача модуля - научить составлять математическую модель по описанию ситуации. Курсанту даётся сценарий: характеристика объекта, исходные данные обстановки и вопрос, на который надо ответить руководителю тушения пожара. Уравнения в условии нет - составить его и есть задача курсанта. Работа идёт в четыре шага: выбрать из описания величины, нужные для расчёта; выбрать вид модели; составить уравнение; решить его и объяснить, что означает полученное число для обстановки на пожаре. Последний шаг особенно важен: курсант должен не просто получить ответ, а сказать, какой вывод из него следует.

Модули связаны между собой в обе стороны. Прямая связь ведёт курсанта от теории к практике и далее к профессиональным задачам. Обратная связь передаёт сведения об ошибках из практики и профессиональных задач обратно в модуль теории и корректирует индивидуальный маршрут. Ошибка при составлении уравнения возвращает курсанта к нужному теоретическому блоку, ошибка при решении - к нужному заданию модуля практики.

Отдельная часть модели - раздел для преподавателя. Он собирает результаты по учебной группе и показывает, как распределились ошибки по видам и темам. Это позволяет увидеть общие для группы трудности ещё до контрольной работы и разобрать их на занятии.

2.2. Принципы построения профессионально-ориентированных задач

Профессионально-ориентированная задача (ПОЗ) представляет собой учебное задание, содержание которого моделирует реальную или близкую к реальной ситуацию из будущей профессиональной деятельности обучающегося. В контексте подготовки инженеров МЧС, ПОЗ являются связующим звеном между абстрактными математическими методами и практическими задачами, возникающими при тушении пожаров, ликвидации последствий чрезвычайных ситуаций и проведении аварийно-спасательных работ.

При разработке ПОЗ для веб-приложения «Высшая математика для инженеров МЧС» авторы руководствовались следующими принципами:

Принцип аутентичности. Задача должна быть максимально приближена к реальной профессиональной ситуации. Используются правдоподобные исходные данные (размеры помещений, характеристики материалов, параметры оборудования), а описание ситуации включает детали, значимые с профессиональной точки зрения.

Принцип методологической полноты. Каждая ПОЗ демонстрирует применение конкретного математического метода (или их комбинации) к решению профессиональной задачи. После выполнения задания курсант должен понимать, какой математический аппарат и почему был использован.

Принцип вариативности. Параметры задачи (размеры, температуры, концентрации) должны легко изменяться для генерации множества вариантов, что исключает механическое запоминание числового ответа.

Принцип визуализации. ПОЗ сопровождается схемами, чертежами, графиками, а в перспективе — интерактивными 3D-моделями, что помогает курсанту лучше понять пространственно-временные соотношения.

Принцип междисциплинарности. Хорошая ПОЗ интегрирует знания из нескольких дисциплин: математики, физики, теплотехники, пожарной тактики, организации службы.

Ниже представлены примеры ПОЗ по основным разделам высшей математики, включённые в библиотеку веб-приложения.

2.3. Технические решения положенные в основу веб-приложения

Приложение проектировалось как веб-приложение, работающее в браузере без установки программ на компьютер. Такой выбор продиктован требованием из параграфа 1.3: курсанты должны иметь доступ к нему на технике учебных классов в часы самоподготовки.

Приложение построено по схеме «клиент — сервер» с разделением обязанностей. Браузер отвечает за интерфейс, отображение формул и простейшую проверку правильности ввода. Сервер проверяет решения, определяет вид ошибки, хранит состояние индивидуального маршрута курсанта и готовит отчёты для преподавателя. Вынос проверки на сервер важен: иначе эталонные решения можно было бы извлечь средствами браузера.

Отдельно продумывался ввод математических выражений. Курсант должен записывать промежуточный результат привычным образом, не изучая специального языка разметки. Поэтому предусмотрен смешанный ввод: запись в одну строку с автоматическим преобразованием в

привычный вид формулы прямо во время набора, плюс панель символов для того, что неудобно набирать с клавиатуры.

Проверка ответа не сводится к сравнению строк. Одно и то же выражение можно записать по-разному, и, если система будет отклонять верный ответ из-за формы записи, курсанты перестанут ей доверять. Поэтому введённое выражение и эталон приводятся к единому виду и лишь затем сравниваются; если сравнить их как формулы сложно, значения подставляются в нескольких точках и сравниваются численно.

Данные хранятся в базе данных. Основные сущности: курсант, учебная группа, теоретический блок, задача, попытка решения, зафиксированная ошибка. Такая структура позволяет восстановить всю историю работы курсанта и служит основой и для подстройки маршрута, и для отчётов преподавателю.

Интерфейс спроектирован с учётом условий использования: минимум лишних элементов, крупные кнопки, корректное отображение на экранах разного размера, работоспособность при медленной сети.

Реализованные технические подходы учитывают специфику образовательной среды ведомственного вуза: функционирование в браузерном режиме без необходимости инсталляции дополнительного ПО, серверная верификация решений, а также сопоставление ответов вне зависимости от формата их представления.

Выводы по главе 2

1. Спроектирована модель веб-приложения из трёх модулей - теории, практики и профессиональных задач, - соответствующих шагам формирования применимого на практике математического знания; обратные связи между модулями обеспечивают подстройку маршрута под конкретного курсанта.

2. Обоснован способ обратной связи, при котором ошибка курсанта относится к одному из четырёх видов и помощь даётся в соответствии с видом ошибки. Этим разработка отличается от систем, которые только сообщают о неверном ответе.

3. Обоснованы технические решения, отвечающие условиям использования приложения в ведомственном вузе.

ГЛАВА 3. ПРОТОТИП ВЕБ-ПРИЛОЖЕНИЯ И ПРОГРАММА ЕГО ОПЫТНОЙ ПРОВЕРКИ

3.1. Общая архитектура программного комплекса

Веб-приложение «Высшая математика для инженеров МЧС» представляет собой распределённую информационную систему, функционирующую по принципу «клиент-сервер». Доступ к приложению не требует установки какого-либо дополнительного программного обеспечения, поскольку работа пользователя организована через веб-браузер. Это обеспечивает возможность использования системы с любого устройства, подключённого к Интернету или внутренней сети учебного заведения.

Архитектура приложения включает три основных уровня:

Уровень представления (frontend). Отвечает за отображение пользовательского интерфейса, визуализацию учебного контента, обработку ввода данных курсантом. Реализован с использованием современных веб-технологий (HTML5, CSS3, JavaScript, фреймворк React). Особое

внимание уделено адаптивной вёрстке — интерфейс корректно отображается на экранах различных размеров (от смартфонов до широкоформатных мониторов).

Уровень бизнес-логики (backend). Обеспечивает функционирование всех алгоритмов: проверку решений, расчёт рейтингов, формирование индивидуальных траекторий обучения, генерацию рекомендаций. Реализован на языке программирования Python с использованием фреймворка Django. Выбор Python обусловлен наличием мощных библиотек для математических вычислений (NumPy, SymPy) и машинного обучения (scikit-learn), необходимых для интеллектуального анализа ошибок курсантов.

Уровень хранения данных (database). Предназначен для хранения информации о курсантах и преподавателях, учебных материалах, результатах выполнения заданий, статистике успеваемости. Используется реляционная база данных PostgreSQL, обеспечивающая высокую производительность и надёжность хранения.

Взаимодействие между уровнями осуществляется через REST API (Representational State Transfer Application Programming Interface) — унифицированный интерфейс, позволяющий независимо развивать фронтенд- и бэкенд-компоненты системы.

3.2. Текущее состояние разработки и направление дальнейшего действия

На момент подготовки настоящей статьи разработан и протестирован в рабочем режиме прототип веб-приложения «Высшая математика для инженеров МЧС». Реализованы следующие ключевые элементы:

- функционирующая главная страница с навигацией по разделам курса;
- адаптивный теоретический модуль (микромодули: текст + видео + инфографика);
- библиотека типовых задач с автоматической проверкой числового ответа;
- первые профессионально-ориентированные задачи;
- личный кабинет курсанта с историей решений и прогрессом.

В ближайшее время завершается разработка интеллектуального модуля проверки хода решения — ключевого элемента, отличающего данное приложение от простых тестовых оболочек.

На текущий момент большинство образовательных платформ проверяют только итоговый ответ. Это не позволяет курсанту понять, на каком именно этапе он допустил ошибку. Разрабатываемый алгоритм будет:

- анализировать пошаговый ввод решения;
- сравнивать промежуточные выкладки с эталонными;
- выявлять типовые ошибки (потеря знака, неверное применение формулы, арифметическая ошибка);
- давать контекстные подсказки без раскрытия полного решения.

Данный модуль планируется завершить и внедрить в опытную эксплуатацию в первом квартале 2027 года.

На сегодняшний день в приложении реализовано 12 ПОЗ по разделам: производная, интегралы, дифференциальные уравнения, математическая статистика. Планируется:

- довести библиотеку до 50–60 задач к концу 2026 года;
- охватить все темы курса высшей математики для инженерных направлений;
- добавить задачи по векторному анализу (расчёт полей скоростей при пожаре);
- включить задачи по комплексным числам (расчёт цепей в системах пожарной сигнализации);

- разработать задачи с варьируемыми параметрами (генерация бесконечного числа вариантов).

Уже в текущей версии приложения преподаватель имеет доступ к базовой статистике по группе. В перспективе модуль будет расширен:

- тепловые карты ошибок — визуализация того, какие темы и типы задач вызывают наибольшие затруднения;
- прогностика успеваемости — система на основе накопленных данных может предупредить преподавателя о курсантах, находящихся в «зоне риска»;
- рекомендательная система — автоматическая выдача дополнительных заданий по темам с низкими результатами;

экспорт отчётов в форматах, совместимых с электронным журналом университета.

ВЫВОДЫ

1. Установлено, что основная трудность практико-ориентированной математической подготовки инженера МЧС России — несформированное умение переходить от описания профессиональной ситуации к уравнению; в обычном курсе это умение не тренируется. Тем самым проблема исследования уточнена, а выбранное направление её решения обосновано.

2. Сравнение цифровых образовательных ресурсов показало, что среди них нет решений, которые содержали бы задачи профиля МЧС, разбирали причину ошибки и давали среду для самостоятельного составления математической модели. Первая задача исследования решена.

3. Разработана модель веб-приложения из трёх модулей и методика составления профессионально ориентированных задач из пяти шагов, по которой составлен банк задач по приоритетным разделам курса. Вторая задача исследования решена.

4. Разработан прототип веб-приложения, реализующий основные решения модели; определены его текущие возможности и ограничения. Третья задача исследования решена.

5. Цель исследования — разработать модель и прототип веб-приложения по высшей математике и определить порядок его опытной проверки и внедрения — достигнута. Проверка гипотезы составляет содержание следующего этапа работы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Работа была направлена на разрешение противоречия между потребностью в прикладной математической подготовке инженеров МЧС России и абстрактным характером изложения математического материала, не поддержанным цифровыми средствами обучения отраслевой направленности.

Все четыре задачи, поставленные во введении, решены, цель работы достигнута. Выдвинутая гипотеза на данном этапе не проверялась; для её проверки разработана программа опытной проверки, выполнение которой запланировано на следующий этап работы.

Теоретическая значимость работы состоит в уточнении представлений о профессиональной направленности математической подготовки в ведомственном инженерном вузе и в выделении умения составлять модель как самостоятельного предмета обучения. Практическая значимость заключается в создании прототипа веб-приложения, который может быть внедрён в образовательный процесс кафедры высшей математики и системного моделирования сложных процессов Санкт-Петербургского университета ГПС МЧС России, а также использован в других ведомственных вузах.

Конкретные предложения для специалистов: кафедрам высшей математики ведомственных вузов - рассмотреть возможность включения приложения в организацию самостоятельной работы курсантов и студентов после завершения его опытной проверки; профильным кафедрам - участвовать в составлении условий задач, обеспечивая их профессиональную достоверность; при передаче разработки в другие вузы МЧС России - сохранять модель и методику, меняя только содержание банка задач.

Дальнейшая работа предполагает доработку прототипа до рабочей версии, проведение опытной проверки по составленной программе, расширение банка задач на остальные разделы курса и последующее размещение приложения в информационно-образовательной среде университета.

Глоссарий

Абстрагирование - научный метод, заключающийся в мысленном отвлечении от несущественных свойств и признаков объекта и выделении его существенных характеристик.

Дифференциальное уравнение - математическое уравнение, связывающее неизвестную функцию с одной или несколькими её производными.

Обыкновенное дифференциальное уравнение - дифференциальное уравнение, в котором неизвестная функция зависит от одной независимой переменной.

Дифференциальное уравнение первого порядка - дифференциальное уравнение, содержащее производную неизвестной функции не выше первого порядка.

Линейное дифференциальное уравнение - дифференциальное уравнение, в котором неизвестная функция и её производные входят в первой степени и не перемножаются между собой.

Линейное неоднородное дифференциальное уравнение - линейное дифференциальное уравнение, правая часть которого не равна нулю.

Математическая модель - математическое представление объекта, процесса или явления, отражающее его существенные свойства и связи.

Математическое моделирование - метод исследования объектов, процессов и явлений посредством построения и анализа их математических моделей.

Математическая постановка задачи - формализованное описание задачи с определением известных и неизвестных величин, условий и требуемого результата.

Моделирование - метод исследования объекта, процесса или явления посредством создания и изучения его модели.

Начальное условие - условие, задающее значение неизвестной функции или связанных с ней величин в начальный момент времени.

Общее решение - множество решений дифференциального уравнения, содержащее произвольные постоянные.

Частное решение - решение дифференциального уравнения, полученное из общего решения при определённых значениях произвольных постоянных.

Постоянная интегрирования - произвольная постоянная, возникающая в результате интегрирования дифференциального уравнения.

Производная - математическая величина, характеризующая скорость изменения функции по отношению к её аргументу.

Интегрирование - математическая операция, обратная дифференцированию, применяемая для нахождения функции по известной производной.

Переменная - величина, способная принимать различные значения в зависимости от условий рассматриваемой задачи.

Параметр - величина, характеризующая свойства рассматриваемой модели или процесса и принимающая фиксированное значение в рамках конкретной задачи.

Профессионально-ориентированная задача - учебное задание, содержание которого моделирует реальную или близкую к реальной ситуацию будущей профессиональной деятельности обучающегося.

Прогнозирование - определение возможного состояния или поведения исследуемого процесса в будущем на основе имеющихся данных и построенной модели.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Смирнов Е.И., Попова Т.С. Модель формирования самостоятельной деятельности школьников при углубленном обучении математике в цифровой образовательной среде // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2022. № 2 (26). С. 57–68. https://doi.org/10.24888/2500-1957-2022-2-57-68 EDN: SLVEQE.
2. Тестов В.А. О некоторых методологических особенностях цифровой трансформации обучения математике // Материалы 42-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов «Математика и математическое образование: проблемы, технологии, перспективы». Смоленск. 2023. С. 27–30. EDN: SXCNCM.
3. Семенов А.Л., Абылкасымова А.Е., Поликарпов С.А. Основания математического образования в цифровой век // Доклады Российской академии наук. Математика, информатика, процессы управления. 2023. Т. 511. № 1. С. 3–12. https://doi.org/10.31857/S2686954323700157 EDN: RQEWAB.
4. Постолит А.В. Цифровизация учебного процесса на базе автономных приложений и интерактивных образовательных платформ // Математика и ее приложение в науке и образовании: материалы Межвузовской научно-методической конференции с международным участием. Санкт-Петербург, 2025. С. 268–275. EDN: OCPNLP.
5. Трофимец Е.Н. Преподавание математических дисциплин в условиях развития цифровой образовательной среды // Психолого-педагогические проблемы безопасности человека и общества. 2022. № 2 (55). С. 39–43. EDN: COEFMT.
6. Trofimets E.N., Trofimets A.Al. Digital technologies in mathematical education // European proceedings of social and behavioural sciences EPSBS. Krasnoyarsk, Russia. 2021. Vol. 116. P. 1506–1512. https://doi.org/10.15405/epsbs.2021.09.02.168 EDN: VWGEMX.
7. Лукин В.Н., Папырина Е.В., Когут В.Г. Управление проектной деятельностью в цифровой образовательной среде университета // Научно-аналитический журнал «Вестник Санкт-Петербургского университета Государственной противопожарной службы МЧС России». 2022. № 2. С. 144–153. EDN: DMFEWF.
8. Абылкасымова А.Е., Шишов С.Е., Жумалиева Л.Д. О теории модернизации цифрового образования, формирующего множественность идентичности и интеллект обучающихся // Научные исследования и разработки. Социально-гуманитарные исследования и технологии. 2023. Т. 12. № 3. С. 3–16. https://doi.org/10.12737/2306-1731-2023-12-3-3-16 EDN: MQHVAP
9. Микулич Д.В., Семенков В.С., Геньш Д.В., Трофимец Е.Н. Структура веб-приложения по высшей математике для инженеров // В сборнике: ТОГУ-СТАРТ: фундаментальные и прикладные исследования молодых. Материалы VII региональной научно-практической конференции. Хабаровск, 2026. С. 363-368. EDN: MZYQVX
10. Геньш Д.В., Микулич Д.В., Семенков В.С., Иванов Г.А., Трофимец Е.Н. Концепция авторского веб-приложения по высшей математике для вузов МЧС России // В сборнике: Естественные науки и пожаробезопасность: проблемы и перспективы исследований. Сборник материалов III Всероссийской научно-практической конференции, посвященной празднованию 60-летия Ивановской пожарно-спасательной академии ГПС МЧС России. Иваново, 2026. С. 467-470. EDN: HYJXTL
11. Трофимец Е.Н. E-Learning и информационные технологии в математическом образовании будущих инженеров техносферной безопасности // В сборнике: Современные

проблемы компьютерных и информационных наук. труды международного конгресса. Москва, 2026. С. 109-116. EDN: YECHZX

12. Трофимец Е.Н. Проблемные вопросы в преподавании дифференциальных уравнений // В сборнике: Актуальные вопросы физико-математического образования. Сборник статей по материалам Всероссийской научно-практической конференции. Сургут, 2026. С. 46-50. EDN: YHLZEU

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Пример профессионально-ориентированной задачи

Прогнозирование задымления помещения при пожаре

Описание ситуации. В подвале жилого дома возник пожар. Дым, образующийся при горении, распространяется по системе вентиляции и начинает заполнять общий коридор на первом этаже, где в момент возникновения пожара находятся люди. Для принятия решения об эвакуации необходимо знать, сколько времени у них есть до того момента, как задымление достигнет критического уровня.

Математическая модель. Скорость накопления дыма в коридоре пропорциональна разности между предельной (максимально возможной) концентрацией и текущей концентрацией. Этот процесс описывается линейным дифференциальным уравнением первого порядка:

$$\frac{dc}{dt} = k(C_{пр} - C) \quad (1)$$

где:

- $C(t)$ — концентрация дыма в коридоре в момент времени t (в процентах);
- $C_{пр} = 30\%$ — предельная концентрация дыма, при которой видимость полностью исчезает (естественное ограничение процесса);
- $k = 0{,}1\,\text{мин}^{-1}$ — коэффициент, характеризующий интенсивность поступления дыма (зависит от площади пожара, сечения вентиляционных каналов и других факторов);
- t — время в минутах.

Начальные условия и критическое значение. В начальный момент времени $(t = 0)$ в коридоре наблюдается фоновая концентрация дыма $C(0) = C_0 = 2\%$ Эвакуация людей возможна до тех пор, пока концентрация дыма не превысит $C_{кр} = 15\%$. При превышении этого уровня видимость снижается настолько, что организованная эвакуация становится невозможной или крайне опасной.

Постановка задачи. Требуется определить:

1. Аналитическое выражение для концентрации дыма $C(t)$.
2. Время $C_{кр}$, через которое концентрация достигнет критического значения 15%.
3. Построить график зависимости $C(t)$.

Решение (с подробными комментариями).

1. **Приведение к стандартному виду.** Математической моделью данной задачи является обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка (Рисунок 1).

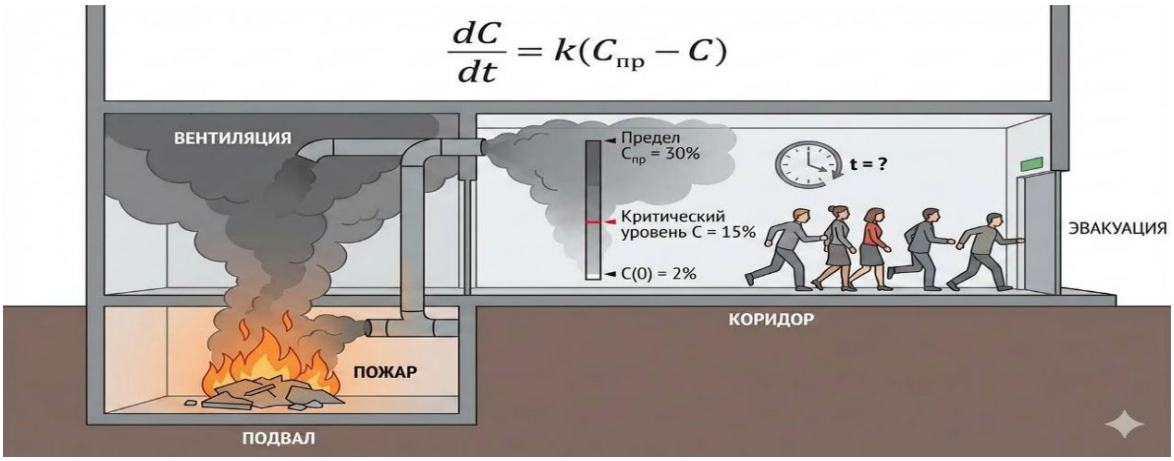


Рис 1. Математическая модель пожара в подвале жилого дома

2. Запишем дифференциальное уравнение в форме, удобной для решения:
3.

$$\frac{dc}{dt} = kC_{пр} - kC(t) \quad (2)$$

$$\frac{dc}{dt} + kC = kC_{пр} \quad (3).$$

Получили линейное неоднородное уравнение первого порядка.

4. **Решение однородного уравнения.** Рассмотрим соответствующее однородное уравнение:
5.

$$\frac{dC}{dt} + kC = 0 \quad (4)$$

Разделяем переменные:

$$\frac{dC}{C} = -kdt \quad (5)$$

Интегрируем:

$$\int \frac{dC}{C} = -k\int dt \quad (6)$$

$$\ln|C| = -kt + \ln|A| \quad (7).$$

Потенцируя, получаем решение однородного уравнения:

$$C_{одн}(t) = Ae^{-kt} \quad (8).$$

6. **Нахождение частного решения неоднородного уравнения.** Правая часть уравнения является константой, поэтому частное решение ищем в виде константы $C_{\text{част}} = B$. Подставляем в исходное уравнение получаем:
7.

$$0 + k * B = kC_{пр} \quad (9)$$

Отсюда $B = C_{пр}$.

8. **Общее решение неоднородного уравнения.** Суммируем решение однородного и частное решение:

$$C(t) = C_{одн}(t) + C_{част} = Ae^{-kt} + C_{пр} \ (10).$$

9. **Определение постоянной интегрирования A из начального условия.** Используем условие $C(0) = C_0$:

$$C(0) = Ae^0 + C_{пр} = A + C_{пр} = C_0 (11)$$
$$A = C_0 - C_{пр} = 2\% - 30\% = -28\%.$$

13. **Запись окончательного решения.** Подставляем найденное значение A, а также $k = 0{,}1$ мин$^{-1}$, $C_{пр} = 30\%$:

$$C(t) = 30 - 28e^{-0{,}1t}.$$

где $C(t)$ измеряется в процентах, t — в минутах.

14. **Нахождение критического времени $t_{кр}$.** Решаем уравнение $C(t_{кр}) = C_{кр} = 15\%$:

$$30 - 28e^{-0.1t_{кр}} = 15$$
$$-28e^{-0.1t_{кр}} = 15 - 30 = -15$$
$$e^{-0.1t_{кр}} = \frac{15}{28} \approx 0{,}535714.$$

Берём натуральный логарифм от обеих частей:

$$-0{,}1t_{кр} = \ln\left(\frac{15}{28}\right) = \ln 15 - \ln 28.$$

Вычисляем:

$$\ln 15 \approx 2.70805,\ \ln 28 \approx 3.33220,\ \ln(\frac{15}{28}) \approx -0.62415.$$

Таким образом:

$$-0{,}1t_{кр} \approx -0{,}62415 \text{ минут}$$
$$t_{кр} \approx \frac{0{,}62415}{0{,}1} = 6{,}2415 \text{ минут}.$$

Переведём в минуты и секунды: $0{,}2415 \times 60 с / мин \approx 14{,}5 с$.

Ответ. Концентрация дыма достигнет критического значения 15% через **6 минут и 15 секунд** после начала пожара (с округлением до 6 мин 15 с; точное значение — 6 мин 14,5 с).

Определение времени опорожнения резервуара пожарного водоснабжения при истечении через повреждение

Описание ситуации. На объекте эксплуатируется резервуар пожарного водоснабжения, из которого осуществляется забор воды для стационарной насосной установки пожаротушения. В результате механического повреждения корпуса в донной части резервуара образовалось отверстие, через которое началось свободное истечение воды. Расчетные параметры работы насоса (напор, подача) обеспечиваются только при уровне воды в резервуаре не ниже минимально допустимого. Для принятия решения о пополнении резервуара или переключении на резервный источник водоснабжения необходимо определить, через какое время уровень воды опустится до минимально допустимого значения.

Математическая модель. Согласно закону Торричелли, скорость истечения жидкости из отверстия пропорциональна квадратному корню из высоты столба воды над отверстием. Уменьшение уровня воды в резервуаре описывается обыкновенным дифференциальным уравнением первого порядка с разделяющимися переменными:

$$\frac{dh}{dt} = -k\sqrt{h}\ (1)$$

где:

- $h(t)$ — уровень (высота) воды в резервуаре в момент времени t (в метрах);
- $k, м^{0,5} / мин$ — коэффициент истечения, характеризующий интенсивность убыли воды (зависит от площади отверстия в месте повреждения и площади поперечного сечения резервуара);
- t — время в минутах.

Начальные условия. В начальный момент времени $t = 0$, соответствующий моменту повреждения, уровень воды в резервуаре составляет $h(0) = h_0 = 4м$. Работа насосной установки с расчётными параметрами возможна до тех пор, пока уровень воды не опустится ниже $h_{кр} = 1м$. При достижении этого уровня необходимо экстренно пополнить резервуар или переключиться на резервный источник.

Решение

1. **Приведение к стандартному виду.** Математической моделью данной задачи является обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка с разделяющимися переменными (1). Разделим переменные — перенесём всё, что связано с h (вместе с его дифференциалом dh), в левую часть, а всё, что связано с t (вместе с dt), — в правую. Для этого обе части уравнения (1) разделим на $\sqrt{h}$ и умножим на dt:

$$\frac{dh}{dt} = -k\sqrt{h}$$
$$dh = -k\sqrt{h}dt$$
$$\frac{dh}{dt} = -kd \cdot t\ (2)$$

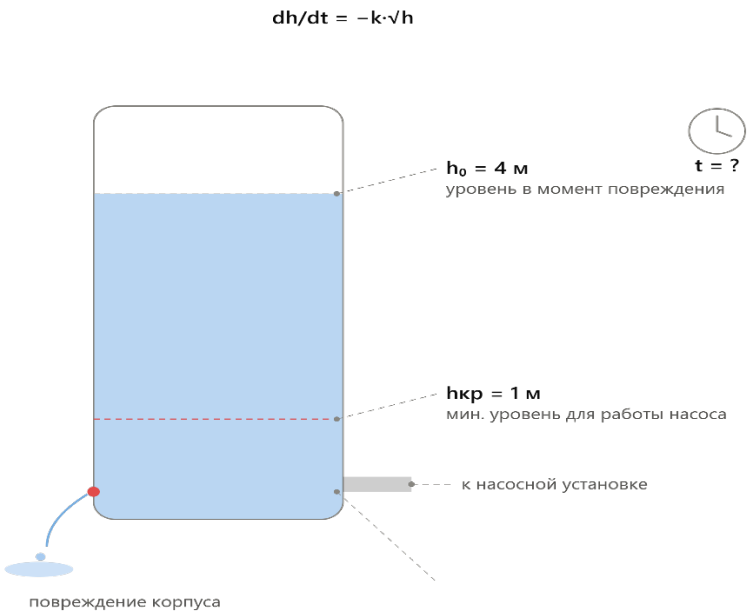


Рис 2. Математическая модель повреждения корпуса резервуара пожарного водоснабжения

2. **Интегрирование.** Ставим знак интеграла перед обеими частями уравнения (2):

$$\int \frac{dh}{dt} = \int -k dt \quad (3)$$

Слева — табличный интеграл от степенной функции $h^{(-\frac{1}{2})}$:

$$\int h^{(-\frac{1}{2})} dh = 2\sqrt{h} + c_1$$

Справа — интеграл от константы:

$$\int -k dt = kt + c_2$$

Объединяя постоянные интегрирования $(c = c_2 - c_1)$, получаем:

$$2\sqrt{h} = -kt + c \quad (4)$$

3. **Определение постоянной интегрирования C из начального условия.** Используем условие $h(0) = h_0 = 4$:

$$2\sqrt{h_0} = -k \cdot 0 + c$$

$$2\sqrt{4} = c$$

$$c = 4 \quad (5)$$

4. **Запись общего вида решения.** Подставляем найденное значение $c = 4$ в уравнение (4):

$$2\sqrt{h} = 4 - kt \quad (6)$$

Выражаем $h(t)$ в явном виде. Делим обе части на 2:

$$\sqrt{h} = 2 - (\frac{k}{2}) \cdot t \quad (7)$$

Возводим обе части в квадрат:

$$h(t) = (2 - (\frac{k}{2}) \cdot t)^2 \quad (8)$$

5. **Запись окончательного решения.** Подставляем найденное значение $k = 0.1 м^{0,5} / мин$:

$$h(t) = (2 - 0.05 \cdot t)^2 \quad (9)$$

где $h(t)$ измеряется в метрах, t — в минутах. Решение справедливо, пока $2 - 0.05 \cdot t \geq 0$, то есть при $t \leq 40$ мин; при $t = 40$ мин резервуар полностью опустошается.

6. **Нахождение критического времени $t_{кр}$.** Решаем уравнение $h(t_{кр}) = 1$:

$$1 = (2 - 0{,}05 \cdot t_{кр})^2 \quad (10)$$

Поскольку на рассматриваемом промежутке выражение $2 - 0.05t$ неотрицательно, извлекаем из обеих частей арифметический (положительный) квадратный корень:

$$1 = 2 - 0.05 t_{кр}$$

$$0{,}05 t_{кр} = 2 - 1 = 1$$

$$t_{кр} = \frac{1}{0{,}05}$$

$$t_{кр} = 20 минут$$

Ответ. Уровень воды в резервуаре опустится до минимально допустимого значения 1 м через **20 минут** после повреждения (при этом полное опустошение резервуара произойдет на 40-й минуте — ровно в 2 раза позже критического момента).